目次

訂正（訂正と補足より抜粋なので、見づらい時はそちらを参照してください。👉 p. 12）
① 「はじめに」　赤字部分の本文参照。
② 「2（1）文頭」“平面上の” を削除し、文中の一文を正確な表現へ改定（本文参照）。
③ 「2（2）」正確な表現に改定（本文参照）。
④ 「3証明」は「3証明と命題」と章題変更。
⑤ 「4冒頭部分」の補足書込み（本文参照）。
⑥ 「4（定理３）」の証明の間違い訂正、不足部分の追加
⑦ 「5（2）二等辺三角形について ③」で、正確な表現に改定（本文参照）。
⑧ 「5（2）二等辺三角形について ③」で、正確な表現に改定（本文参照）。
⑨ 「5（2）二等辺三角形について（二等辺三角形の合同条件）」で、間違い訂正（本文参照）。
⑩ 「5（3）例題 」の問題文の式番号と解の表現を変更。
⑪ 「5（3）正三角形が合同 になる条件」を正確な表現に改定（本文参照）。
⑫ 「5（6）四角形」誤字（判例→反例）訂正、および、正確な表現への改定（本文参照）。
⑬ 「変更案の骨子」誤字の修正（本文参照）。
⑭ ⭐は、丸暗記くらいが必要なところ。

はじめに

　中２数学の図形について、子どもと学ぶため、記しました。

　公立中学の数学の先生の定義と性質（定理）の区別を強く述べられている授業を拝見して、かなり感銘を受けましたので、それに準じた記述にしました。本内容はある程度、わかっている方でないと、理解して教えるのは難しいかもしれないと思いますが、そこはなるべく平たく書いたつもりです。お子さんと二人三脚なら読めると思います。なお、指導要領（https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2019/03/18/1387018_004.pdf）の内容は一通りおさえています。ただし、補角、鋭角三角形、鈍角三角形等の用語が全て網羅されていない点はご容赦ください。

　中学にもなると、かなり数学の学力差があると思います。その中で、図形は、数字が苦手な生徒でも、言葉と形が 助けになりますので、その点ではどうか先生方には図形の定義によって分類する、その分類手法や論法術をこどもに教えてあげていただければと思います。このことによって、数字は苦手でも数学に自信がもてる分野が出来てくれば、末広がりの兆候ですので、何よりだと思います。

　話は広がりますが、個人の学力差を考慮すると、中学数学は三段階レベル別授業をデフォルトで実施すべきと感じます。それが全ての生徒にとって、よりよい利益を生むと思いますし、先生方の負担が激減すると思います。

　一番理解力があるクラスの生徒にとって本内容は、楽にマスターできると思いますので、基本問題以外に応用問題まで授業でできるでしょう。ただし、このレベルの生徒は、数学的思考をマスターするというよりは、パターンを覚える生徒が多く、本書の各証明などを丁寧に理解し、数学的考え方を身につけて行くという価値観が若干欠如している子どもが多いのが気がかりです。これらを克服すると、彼らは、鬼に金棒となります。応用問題に終始し、パターン記憶の数学(これも大切ですが)から抜け出せるような指導を心がけてください。

　中間のクラスでは、本内容を基本問題を併用しながら理解することは無理がないと思います。このレベルの生徒は、基本的に丁寧に考える人も多く、理解する学力下地もありますので、本書をしっかり理解させた上で、基本問題を説明すれば、自力でハイレベルの学習が行える様になるでしょう。

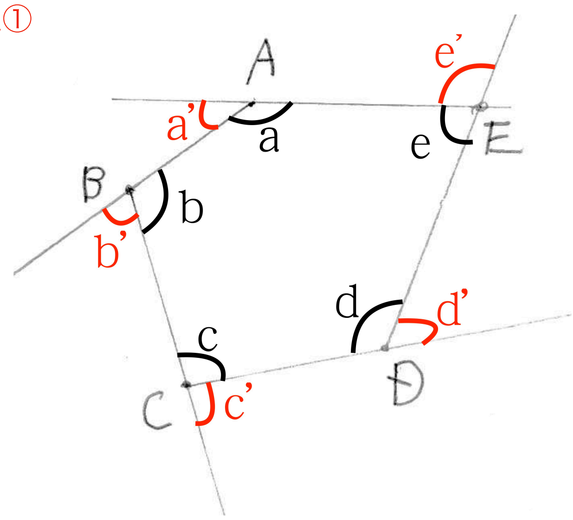
　一番数学が苦手なクラスは、この所々の例題は少し砕いて説明する必要が生じると思います。基本的には学力の下地不足があるのですが、図形に関しては、言葉で表現する、空間把握能力等の力で補えるので、まずは本書を一通り説明する上で、目２本の直線の関わり方（交差、平行）、三角形の合同、四角形の種類を実感しながら理解すると、基本問題に1人でもチャレンジできると思います。

　また、本書では直角三角形の定理で、三平方の定理を導入しました。そうしないと、直角三角形の合同条件5-（4）–②が導けません。これは、平方根が二次関数導入の三年生で行われる弊害だと思います。つまり、算数、数学の教育課程が、かなり ちぐはぐ になっていますので、至急の再検討が必要だと考えています。小学校５年から中３までの現在の教育課程を書き出し、問題点を洗い出し、より効率がよくなるように考えてまとめた記事を最後に記します。

　見直しは丁寧に行いましたが、幾分 ミスがあることは、この場でお詫びいたします。
どうかご容赦のほどよろしくお願いいたします。　　　2020/9/17　著者より

中２ 数学 図形　ダイジェスト

1　多角形の角の和、平行線と角 👉巻末補足①



（１）多角形の外角と内角

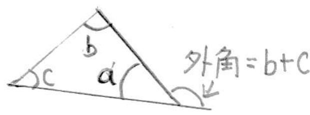
・五角形ABCDEで、内角と外角を列挙すると、
内角；∠a, ∠b, ∠c, ∠d, ∠e
外角；∠a', ∠b', ∠c', ∠d', ∠e'
　である。

・ある内角とその隣の外角（例えば、右図の五角形では、∠aと∠a'）は、その和が180度になる。
　　<u>内角 ＋ その隣の外角=180度</u>

・n（多）角形（n≧３）の内角の和は、<u>(n-2)×180</u>で計算できる。

・三角形の場合は<u>内角の和は１８０度</u>で、四角形の場合は内角の和は３６０度である。
👉巻末補足②

・三角形の外角は、隣り合わない残りの二つの<u>内角の和</u>と等しい（右図参照）



(2) 二本の線の性質

・図2-1で、∠a と∠c, ∠b と∠d の関係にある角同士を<u>対頂角</u>と呼ぶ。対頂角はお互いに等しくなる性質を持つ。

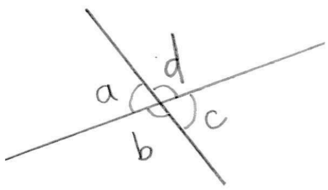


図 2-1 対頂角の説明

・図2-2で、∠a と∠e の関係にある角同士を<u>同位角</u>と呼ぶ。
(例題) 他に同位角の関係にあるものは？ (答え) ∠b と∠f, ∠d と∠h, ∠c と∠g

・図2-2で、∠b と∠h の関係にある角同士を<u>錯角</u>と呼ぶ。他に錯角の関係にあるものは、∠c と∠e である。

⭐・図2-2で直線ℓと直線mが平行な場合、<u>同位角の関係にあるもの、錯角の関係にあるもの</u>が等しくなる。 👉巻末補足③
　　∠a ＝∠e, ∠b ＝∠f, ∠d ＝∠h, ∠c ＝∠g（同位角）
　　∠b ＝∠h, ∠c ＝∠e （錯角）

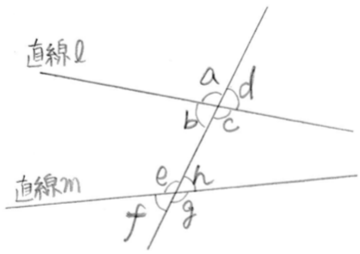


図2-2 同位角と錯角の説明

****** 平行線とは ***********

・<u>平行線とは、同一の平面上にあり、両方向に限りなく延長しても、いずれの方向でも互いに交わらない直線</u>←（２直線が平行になる条件）👉巻末補足④

注）小４では、「一つの直線に垂直な二つの直線は平行である。」と平行と教える様に指導要領に書かれています。これは、小学生にわかる様にとの配慮で、教科書用に作った概念みたいですが、平行線では同位角と錯角が等しくなると言う性質（定理）であって、平行線を決めるものではないのです。後述しますが、定義として定理を使ってしまった重大な過ちです。
　小４でも三次元空間で同一平面にのる２直線の概念は教えられると思います。実際に立方体や直方体を習うのが小４です。平行に関しての小４の記述は改善した方が無難だと思います。

2 図形の合同、三角形の合同条件

（1）図形の合同

・~~平面上の~~二つの図形で、一方を平行移動、回転、裏返すことによって、他方に重ね合わせることができる時、この二つの図形は合同であるという。

対応する辺の長さと角の大きさは等しくなる。
・合同な図形では、~~対応する線分や角は等しくなる~~。

・合同を表す記号は“ ≡ ”である。四角形ABCDと四角形A’B’C’D’が合同の時には、四角形ABCD≡四角形A’B’C’D’と書く。

（2）三角形の合同　👉巻末補足⑤

２つの三角形は、以下の三つの条件のどれか一つを満たせば合同になる。この三つの条件を三角形の合同条件と呼ぶ。

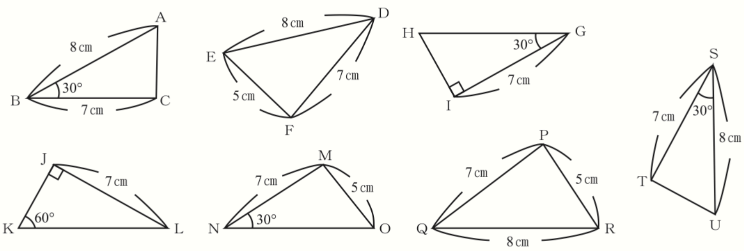
図 2−（2）で

⭐︎① ３組の辺(の長さ)がそれぞれ等しい。 $a=a',\ b=b',\ c=c'$

⭐︎② ２組の辺(の長さ)とその間の角(の大きさ)がそれぞれ等しい。 $a=a',\ c=c',\ \angle B=\angle B'$、etc.

⭐︎③ １組の辺(の長さ)とその両端の角(の大きさ)がそれぞれ等しい。 $a=a',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C'$、etc.

（例題）【１】下の図で，合同な三角形を見つけ，記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのときに使った三角形の合同条件を答えなさい。



答え
・　　　　　　条件
・　　　　　　条件
・　　　　　　条件

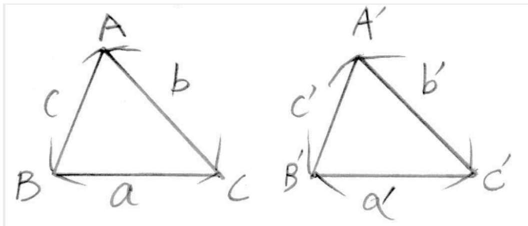


図2-(2)　2つの合同な三角形

答え
・ ΔABC ≡ ΔUST 条件　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
・ ΔDEF ≡ ΔQRP 条件　３組の辺がそれぞれ等しい
・ ΔGHI ≡ ΔLKJ 条件　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

https://happylilac.net/jhs-math2_04-02-04.pdf さんより, 深謝

3 証明

あることがらが成り立つ事を、すでに正しいと分かっている性質（定義や定理；後述）を根拠にして示すことを証明という。

数学ではこのあることがらは命題とよばれる。命題は仮定と結論で構成される（下図参照）。証明は命題の仮定のもとで、結論が正しい（もしくは正しくない）という根拠を示す作業である。

命題が正しいときには、「命題は真である。」と言い、正しくないときには「命題は偽である。」と言う。

命題が真である時には、すでに正しいと分かっている性質（定義や定理；後述）を根拠にして示せばよい。命題が偽である時には、一つでも正しくない例をあげればよく、命題が正しくない例を反例と呼ぶ。

⭐︎・命題の形：「✖✖✖ならば、 □ □ □である。」
・証明の形：「✖✖✖ならば、○ ○ ○なので □ □ □である。」　という形で行う。
　　　　　　仮定 部分　　根拠 部分　　結論 部分

4　定義と定理

数学などでは 人間が作った決まりを定義と呼び、この定義の中で証明できる（論理的に導ける）決まりを定理と呼ぶ。定理は、決まり（定義）によって生じる性質とも考えられ、厳密には、「✖✖✖ならば、□□□である。」という命題の形で書き表すのであるが、今までの対頂角、平行線の同位角と錯角の性質、三角形の合同条件は、すべて定理（性質）であることに留意しよう。例えば、「２本の直線が交われば、対頂角は等しくなる。」と言う書き方が、厳密には正しい。

ちなみに、直線を曲線としたら、この命題は偽になる。

（EX.）二等辺三角形で定義と定理を考えよう。

⭐（定義１）二等辺三角形とは、二つの辺が等しい三角形。

⭐（定義２）等しい辺を等辺、残りの一辺を底辺、底辺の両側の角を底角、残りの角を頂角と呼ぶ。　→ 図４－１の（　）を埋めよう。

図4-1 二等辺三角形

（定理１）二等辺三角形ならば底角は等しくなる。

（証明）辺ABと辺ACを等辺とする二等辺三角形ABCにおいて、底辺BCの中点をDとする（図4-2）。

二等辺三角形の定義より、辺ABと辺ACは等辺であるため、辺AB=辺AC…①

点Dの定義より、辺BD=辺CD…②

△ABDと△ACDは、辺ADは共通で、さらに①と②から、三組の辺が等しくなるという三角形の合同条件を満たす（2-(２)–①）。すなわち、△ABD≡△ACD.

合同な△ABDと△ACDにおいて、∠Bと∠Cは対応する角であるため、∠B=∠Cとなる。

∠B=∠Cは 二等辺三角形ABCの底角であり、よって、二等辺三角形の底角は等しくなる事が証明された。

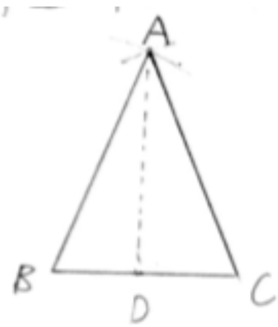


図４－２ 二等辺三角形の定理１の証明

⭐（定理２）三角形の二つの角が等しければ、この三角形は二等辺三角形である。

補足；この定理は、定理１の逆構成になっている。このようなことを「定理の逆」とか「定理の逆を取る」などと書く。ある定理が成立しても、その定理の逆が成立する保証はないので、その都度 注意深く確かめる必要がある。ただし、ここでは証明は省略。

注意：ここに列挙した定義と定理は、普通の証明問題では既存の事実として使って構わないが、どれが定義でどれが定理かはきちんと理解して覚えよう！

⭐（定理３）二等辺三角形ならば、頂角の二等分線は底辺を垂直二等分する。

（証明）定理１の証明で使った図４－２で考える。

∠BAD=a°とすると、辺ADは∠BACの二等分線なので、∠DAC=a°となる。… ⓐ

訂正

∠ABC=b°とすると、△ABCは二等辺三角形の底角は等しいので、∠ACB=b°となる。… ⓑ

この行間に加える部分

二等辺三角形ABCの等辺のため、辺AB＝辺ACとなる。… ⓒ
△ABDと△ADCは、ⓐとⓑとⓒより、一組の辺の長さと、その両端の角が等しい三角形の合同条件を満たし合同となる。この二つの三角形で対応する辺BD=辺CDとなる。… ⓓ

∠ADC=x°、∠ADB=y°とする。

△ABDで、三角形の外角の性質（1-(１)）より ∠ADBの外角∠ADC=x°=a°+b°となる。…①

同様に、△ACDにおいて、∠ADB=y°=a°+b°となる。…②

①と②より、∠ADC=∠ADB=a°+b°（=x°=y°）となるが、辺BCは直線であるため、∠ADB+∠ADC=180°となり、∠ADB=∠ADC=90°となる。… ③

ⓓと③より

以上より二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分することが証明された。

5 三角形

（1）一般の三角形の合同について

三角形の合同の条件をおさらいしよう。そして、これらの条件の項目は、定義であるか定理であるか、確認しながら進めよう。

（三角形が合同になる条件）

① 三組の辺の長さがそれぞれ等しい。←（定義, 定理） ← 丸で囲もう。

② 二組の辺の長さと、それらにはさまれた角がそれぞれ等しい。←（定義, 定理）

③ 一組の辺の長さと、その両側の角がそれぞれ等しい。 ←（定義, 定理）

答えは三つとも“定理”

これを命題の形で記せば、「二つの三角形において、三組の辺の長さがそれぞれ等しければ、この二つの三角形は合同になる。」であり、本来ならこうすべきであるが、本書ではこの様に簡易的に記述する。

（2）二等辺三角形について

（二等辺三角形になる条件）

☆① ２本の辺の長さがそれぞれ等しければ、二等辺三角形になる。←（定義, 定理）

☆② 2つの角（底角）が等しければ、二等辺三角形になる。←（定義, 定理）

☆③ ~~ある~~一つの角の二等分線が、その角の対辺を垂直二等分すれば、二等辺三角形になる。←（定義, 定理）

三角形の

答えは“定義、定理、定理”

（例題）直上の③を証明せよ。

生徒さんには命題を書き下し、問題文を示す方が無難かも。
「三角形の一つの角の二等分線が、その角の対辺を垂直二等分すれば、その三角形は二等辺三角形になる」事を証明せよ。

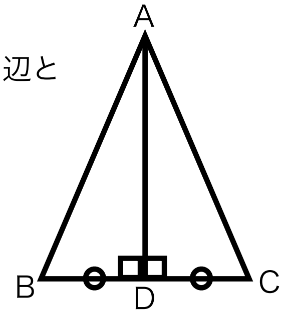
👉巻末補足⑤

この定理は、表現が異なるが、4 定理３の逆になっている。逆が必ずしも成立しないので、証明しよう。

任意の三角形ABCを作る（右図）。今、∠Aの二等分線が 対辺BCを垂直二等分している。したがって、辺BD=辺CD…（☆）、また、∠ADB＝∠ADC=90°…（☆☆）となる。

ここで、△ABDと△ACDにおいて、辺ADは共通であり、（☆）と（☆☆）より二組の辺とそれに挟まれた角が等しいので、△ABD≡△ACDとなる。

合同な△ABDと△ACDにおいて対応する辺は等しくなるので、辺AB＝辺ACとなり、△ABCが二等辺三角形になることが証明された。



（二等辺三角形の合同条件）

二等辺三角形の合同条件は、一般の三角形の合同条件（１）に準じるが、二等辺三角形だと分かっている場合の合同条件は、これらよりも緩和される。二等辺三角形の合同条件はわざわざ覚えなくとも、一般の三角形の合同条件で合同証明をすれば済むが、覚えておくと便利なので 下記に４条件を書き出す。

① 頂角と底辺の長さがそれぞれ等しい。
② 頂角と等辺の長さがそれぞれ等しい。
③ 頂底角と底辺の長さがそれぞれ等しい。
④ 頂底角と等辺の長さがそれぞれ等しい。

ワンポイント
①〜④の項目はとても初歩的な証明でできるので、訓練に各自でさせてみよう。

（3）正三角形について

☆（定義）三つの辺の長さが等しい三角形を正三角形とする。

（正三角形になる条件）

① 三角形において 三つの辺の長さが全て等しい。 ←（定義, 定理）

☆② 全ての角が等しい（60°になる）。 ←（定義, 定理）

答えは“定義、定理”

生徒さんには命題を書き下し、問題文を示す方が無難かも。

（例題）直上の①②を証明せよ。「三角形の全ての角が等しければ、その三角形は正三角形になる」事を証明せよ。👉巻末補足⑥

正三角形ABCにおいて 頂角を∠Aとすれば、底角は∠Bと∠Cとした二等辺三角形と見なせ、∠B=∠C。

同様に、頂角を∠Bとすれば、底角は∠Bと∠Aとした二等辺三角形と見做せ、∠B=∠A。

以上から、∠A=∠B=∠Cとなる。ここで三角形の内角の和は180°であるため、∠A=∠B=∠C=60°~~であることを確認しておく~~。になる。（証明終わり）

（正三角形が合同になる条件）

正三角形の合同条件も、一般の三角形の合同条件（１）に準じるが、正三角形だと分かっていれば、合同条件は一つだけである。

① ~~一辺の~~長さが等しい。
一組の辺の

（4）直角三角形

（定義）三角形の一つの角が直角になる三角形を直角三角形とする。直角になる角の対辺を斜辺とする。

（直角三角形になる条件）

⭐ ① 三角形の一つの角が直角である。←（定義，定理）

答えは“定義”

⭐ ② 三角形の辺 a, b, c（斜辺）において、$c^2=a^2+b^2$が成り立つ。

↑三平方の定理という。

中３で習う。平方根を習っていないので、中二では数字の概念の導入がなく、教えていない。平方根は中１の式と計算で導入し、中２の式と計算でも復習して、是非この段階で三平方の定理を導入すべきだと思います。3：4：5の直角三角形、5：12：13の直角三角形、三角定規の直角三角形について、余裕のある2年生で習熟した方が、生徒にとって負担が少ない。

（直角三角形の合同条件）

直角三角形の合同条件も、一般の三角形の合同条件（１）に準じるが、直角三角形だと分かっていれば、

⭐ ① 斜辺と一つの鋭角が等しい。

⭐ ② 斜辺と他の一辺が等しい。　←三平方の定理がないと証明できな

6　四角形

（定義）凹んだ角がない4つの角がある四角形を、一般に四角形とよび、向き合う辺と角を、それぞれ対辺と対角と呼ぶ。

この定義にさらに別の定義（ルール）を付け加えることにより、台形、平行四辺形、ひし形、長方形、正方形とよばれる四角形になる。

（1）台形

⭐ （定義）少なくとも一組の対辺が平行である四角形を台形とする。

（2）平行四辺形（重要）

⭐ （定義）二組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形とする。

（平行四辺形に関する定理）

⭐ ① 平行四辺形ならば、二組の対辺の長さは、それぞれ等しい。

⭐ ② 平行四辺形ならば、二組の対角の大きさは、それぞれ等しい。

⭐ ③ 平行四辺形ならば、二本の対角線は、それぞれ中点で交わる。

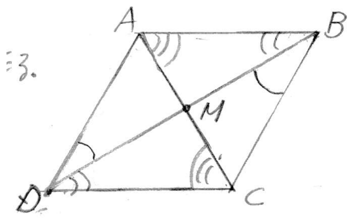
生徒さんには命題を書き下し、問題文を示す方が無難かも。
「平行四辺形ならば、二本の対角線は、それぞれ中点で交わる」
事を証明せよ。👉巻末補足⑥

（例題）直上の③を証明せよ。

👉巻末補足⑦

証明の別解を記す。

平行四辺形ABCDを右図の様に作り、2本の対角線の交点をMとおく。
辺AB // 辺DC，辺BC // 辺ADゆえ 錯角の関係にある角は等しくなるため、∠ABD=∠CDB…(1)，∠ADB=∠CBD…(2).



△ABDと△CDBでは、辺DBは共通であり、(1)と(2)から一組の辺と両端の角度が等しくなることが示されるので、△ABD≡△CDBとなる。よって、この合同な三角形において対応する辺が等しくなるため、
辺AB=辺CD…(3)，辺BC=辺DA…(4)
となる（実はこれで定理①が証明された。）

辺AB // 辺DCであるため、その錯角関係にあるものは等しくなるため、
∠MAB=∠MCD…(5).

△MABと△MCDにおいて、(1), (3), (5)より、一組の辺とその両端の二組の角がそれぞれ等しくなったことが示された。したがって、対応する辺AMと辺CM、辺BMと辺DMも等しくなり、点Mは対角線ACとBDの中点となる。つまり、平行四辺形の二本の対角線はそれぞれの中点で交わることが示された。

（平行四辺形になるための条件）

⭐① 二組の対辺が、それぞれ平行である。　←（定義，定理）

⭐② 二組の対辺の長さが、それぞれ等しい。←（定義，定理）

⭐③ 二組の対角が、それぞれ等しい。　←（定義，定理）

⭐④ 対角線が、それぞれ中点で交わる。　←（定義，定理）

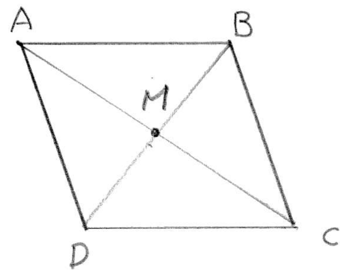
⭐⑤ 一組の対辺が平行で、その長さが等しい。←（定義，定理）

答えは
“定義、次から全て定理”

（例題）①〜④を使って、⑤を証明せよ。

右の様に辺ABと辺DCは平行で長さが等しい四角形を考え、対角線の交点をMとする。

平行線の錯角の関係から、∠ABM=∠CDM，∠BAM=∠DCM …（*），
条件から、辺AB=辺DC …（**）



△AMBと△CMDにおいて、（*）と（**）より、一組の辺の長さと、その両端の二組の角が等しくなることが示されたので、△AMB≡△CMDとなる。
したがって対応する辺MAと辺MC、辺MBと辺MDはそれぞれ等しくなる。さらに 四角形ABCDの対角線はお互いの中点で交わるため、④より 四角形ABCDは平行四辺形であることが示された。

前にも記したが、定義と定理の違いは理解しよう。定義された図形（つまり決められた図形）の性質が定理に対応すると考えれば、分かりやすいでしょう。
「△△になる条件」という項目は、定義（決まり）と定理（性質）の集まりなので、初めのうちは、「この項目は定義かな？定理かな？」と考えて行き、図形のセンスを磨こう。
ここで「△△になる条件」で列挙したものは、実際に問題を解く上では、いちいち証明しなくても良い既製パッケージみたいなものなので、きちんと覚えて行こう。ちなみに、どれか１項目満たせば良いものなので、ご安心を。

（3）長方形

⭐（定義）4つの角が全て等しい四角形を長方形とする。（4つの角が全て90°である四角形と同じ。）

（定理）証明省略

⭐　① 長方形ならば、二本の対角線の長さは等しい。←（長方形の定理）

② 長方形のならば、対辺は 全て平行である。←（実は、平行四辺形の定理）

（長方形になる条件）証明省略

⭐　① ４つの角が全て等しくなる。　←（定義,　定理）

⭐　② 二本の対角線の長さが等しくなる。←（定義,　定理）

答えは“定義、定理”

（4）ひし形

⭐（定義）4つの辺が全て等しい四角形をひし形とする。

（定理）証明省略

⭐　① ひし形ならば、二本の対角線は垂直に交わる。 ←（ひし形の定理）

② ひし形ならば、 対辺は全て平行である。←（実は、平行四辺形の定理）

（ひし形になる条件）証明省略

⭐　① ４つの辺が全て等しくなる。←（定義,　定理）

⭐　② 二本の対角線が垂直に交わる。←（定義,　定理）

答えは“定義、定理”

（5）正方形

⭐（定義）4つの角が全て等しく、かつ 4本の辺の長さが全て等しい四角形を正方形とする。

（定理）証明省略

⭐　① 正方形ならば、二本の対角線は垂直に交わり、長さが等しい。←（正方形の定理）

② 正方形ならば、対辺は、全て平行である。 ←（実は、平行四辺形の定理）

（正方形になる条件）証明省略

⭐　① 4つの角が全て等しく、かつ 4本の辺の長さが全て等しくなる。←（定義,　定理）

⭐　② 二本の対角線の長さが等しく、かつ 垂直に交わる。←（定義,　定理）

答えは“定義、定理”

（6）四角形

凹みのない4つの角をもつ4本の辺に囲まれた図形を四角形という~~が、これを~~一般の四角形と呼ぼう。そして、図6-1を見ながら、四角形の全体を考えていこう。

一般の四角形に 最低一組の対辺が平行という条件をつけた四角形が台形である。

また、一般の四角形に二組の対辺が平行という条件をつけた四角形が平行四辺形である。このことから、平行四辺形は特殊な台形であるということができる。したがって、平行四辺形では台形で成り立つ性質は全て成り立つ。つまり、「平行四辺形ならば、台形の性質を保有する。」という命題が成立するのである。では、この命題の逆の「台形の性質を保有するならば、平行四辺形である。」はもちろん成立しない。証明には普通の台形を書いて反判例を挙げれば良い。

平行四辺形には、「二つの対辺が平行」という厳しい条件が加わるため、台形の性質以外の新たな性質が加わるのである。平行四辺形を台形と見做して、台形の面積の公式から平行四辺形の面積を求めることができるが、台形の場合は平行四辺形の面積の公式は使えないなどは、具体例である。

同様に、長方形やひし形は一般の四角形に、それぞれ、6ー(3)ー（定義）や6ー(4)ー（定義）が加わるので、一般の四角形に対して、特殊な四角形であるが、さらには特殊な平行四辺形となる。なぜならば、二組の対辺は平行であるからである。

そして、四角形の特殊性の最終段階が正方形であり、正方形は一般の四角形に、それぞれ、6ー(5)ー（定義）が加わる。正方形は長辺と短辺が等しい特殊な長方形であり、また4つの角度が全て等しい特殊なひし形ともいえる。つまり、長方形 でもあり ひし形 でもあるのが、正方形となる（図６–２）。
以上の様に、四角形の全体像と分類を理解できると、図形に対する理解が深まるので、図を見ながらよく考えよう。

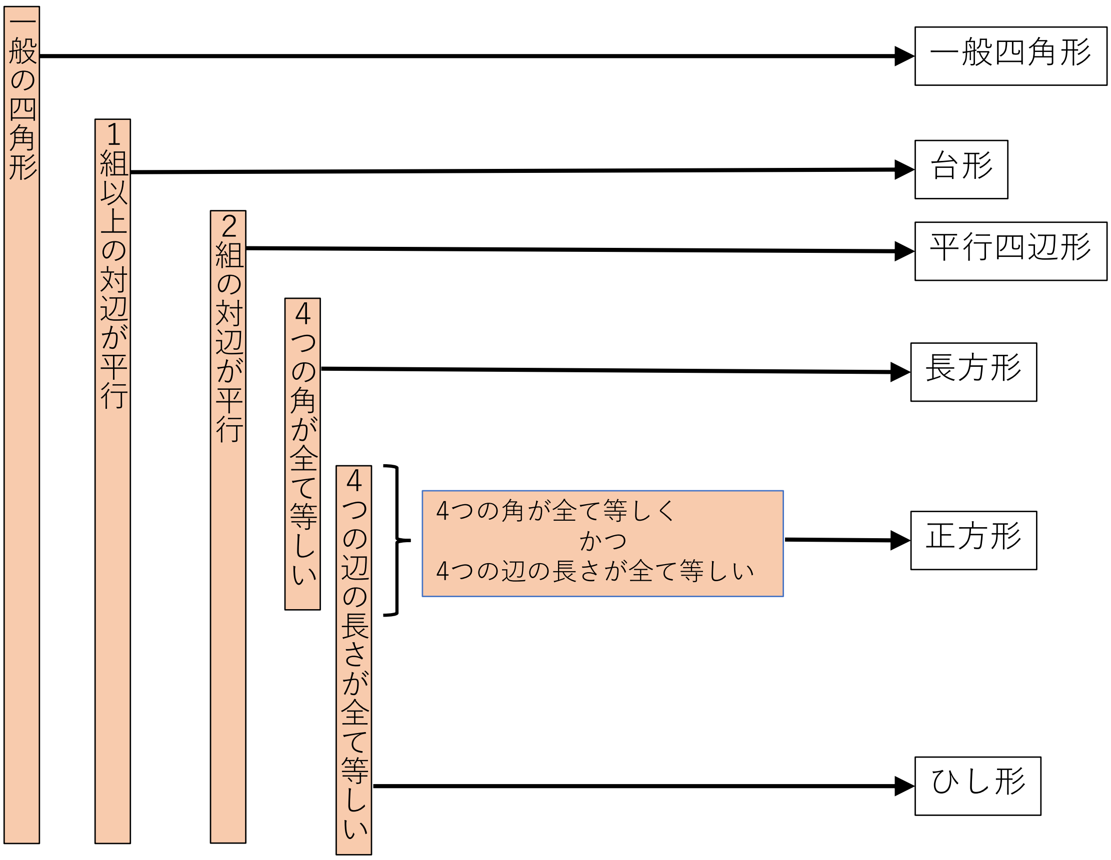


図６–１　四角形の定義による分類

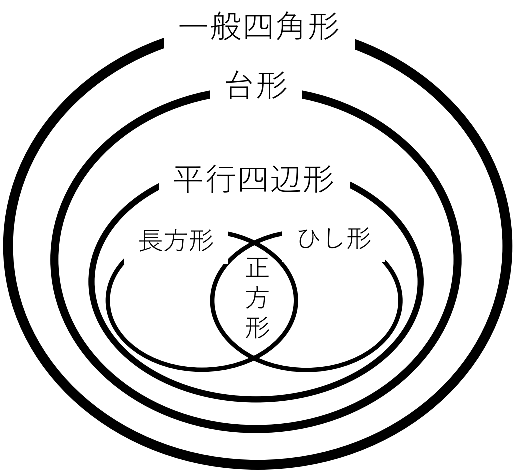


図６–２　四角形の分類イメージ

おわりに

　現在の文科省の数学指導要領は、細切れて、算数と数学の流れがつかみにくいようになっています。
①わざと推進している担当者
②おかしいと思いつつ声を上げない担当者
③気づいていない担当者
　がいらっしゃると思います。ほとんどは②、③だと思います。

　最終ページに小５から中３の学習項目を書き出しました。これを見ると、小５からすでに、算数と数学がわからなくなる様に、連続性のないカリキュラムが組まれていると、私は感じました。（ただし、記憶を掘り起こすと、自分の小学校の頃と、今では大差ない。）ですので、ここでは小５からのカリキュラムの変更案の叩き台を作ります。ただし、小学校４年生で平行を教える時に導入されている定義がすでに誤っている等をふくめると、文科省の担当の方々は、是非とも一つ一つの説明について、定義であるか定理であるかをポイントにおいて見直していただきたいと思います。高校の数学に関しても、同様にかなりの劣化が伺えますが、今回は手が回りません。とにかく、科目分けを以前の数１、数２（もしくは基礎解析と代数幾何）、数３（もしくは、微分積分、確率統計）に戻すことをお勧めします。
　私が記す今回のカリキュラム叩き台ですが、気づいてほしいのもあるので、相当、無理を承知で大胆に変更したものを作りました。徐々に時間をかけておかしくされて、はや７０年ですので、抜本的な見直しが急務だと感じています。

変更案の骨子（詳しくは最終ページの図を参照）

1. 小５で割合、歩合、百分率、速度のフルスペック（様々な量の算出）を学習するのは、やはり、健常児でも小学校では発達度合いの個人差もまだ残っているので、これは６年生で学習したほうが無難だと思います。そのとき、文字を用いた式、比例、比、伴って変わる二つの量の関係、速さ、密度、割合、歩合、百分率、円グラフと帯グラフと平均値 の順番で一連のの流れとして学習すると効果的ではないかと思います。比例や速度、密度、割合関係は中学１年の一元一次方程式の前で、再講義をして、確かに身につけさせるのが良いと思います。

2. 分数の計算は、和と差を小５に、積と商を小６にと分けているのですが、これは１つにまとめて小５で行う。そして、計算練習の時間をきちんと取り、身につけさせる。分数が身につくと、割合などの習熟に非常に役に立つ。

３．小６の円の面積は、小５の図形と一体化させる。

４．一次関数は、中１の比例・反比例に組み込んで習得させる。

５．中１と中２の資料の整理と確率統計は、まとめて中２で習い、解析と図形の間に入れて、大切な実学ですので、義務教育で一度は、時間調整的に扱わずに丁寧に学習する。

６．平方根は“正の数・負の数の四則演算”に素数・因数・平方根として定義をし、計算を行う。

７．三平方の定理は中２の図形に組み込む。（以上）

現在の文科省の設定⇩

小５ 整数の性質　偶数，奇数/約数，倍数
整数，小数の記数法
小数の乗法，除法
分数の意味と表し方
分数の加法，減法
数量の関係を表す式
平面図形の性質
立体図形の性質
平面図形の面積
立体図形の体積
伴って変わる二つ の数量の関係 （比例関係）
異種の二つの量の 割合 （速さ、密度）
割合(百分率) 割合/百分率
円グラフや帯グラ フ 測定値の平均 平均の意味

小６ 分数の乗法，除法
文字を用いた式
比例
比
縮図や拡大図，対称な図形
概形とおよその面積
円の面積
角柱及び円柱の体積
正の数・負の数の和と差（新設）
データの考察
起こり得る場合

中１ 正の数・負の数の四則演算と素数・因数・平方根（中３の導入は遅いかな？）
文字を用いた式
比例式、割合、速さ、密度の再講義（新設）
一元一次方程式
比例，反比例
平面図形
空間図形
データの分布の傾向

中２ 文字を用いた式の四則計算
連立二元一次方程式
一次関数
基本的な平面図形と平行線 の性質
図形の合同
データの分布の比較
場合の数を基にして得られる確率

中３ 平方根
式の展開と因数分解
二次方程式
図形の相似
円周角と中心角
三平方の定理
関数 $y=ax^2$
標本調査

変更案たたき台⇩

気づいてほしいために、現実味がないと批判を覚悟で、かなり大胆に変えてあります。

小５ 整数の性質　偶数，奇数/約数，倍数
整数，小数の記数法
小数の乗法，除法
分数の意味と表し方
分数の加法，減法
分数の乗法，除法　（←６年）
数量の関係を表す式
平面図形の性質
立体図形の性質
平面図形の面積
立体図形の体積
円の面積
角柱及び円柱の体積　（←６年）

小６ 文字を用いた式
比例
比
伴って変わる二つ の数量の関係 （比例関係）　（←５年）
異種の二つの量の 割合 （速さ、密度　（←５年）
割合(百分率) 割合/百分率　（←５年）
円グラフや帯グラ フ 測定値の平均 平均の意味　（←５年）
縮図や拡大図，対称な図形
概形とおよその面積
正の数・負の数の和と差（新設）
データーの考察
起こりうる場合

中１ 正の数・負の数の四則演算と素数・因数・平方根（中３の導入は遅いかな？）
文字を用いた式
比例式、割合、速さ、密度の再講義（新設）
一元一次方程式
比例，反比例，
一次関数　（←中２）
平面図形
空間図形

中２ 文字を用いた式の四則計算
連立二元一次方程式
データの分布の傾向（←中１）
データの分布の比較
場合の数を基にして得られる確率
基本的な平面図形と平行線 の性質
三平方の定理　（←中３）
図形の合同

中３ 式の展開と因数分解
二次方程式
図形の相似
円周角と中心角
関数 $y=ax^2$
標本調査

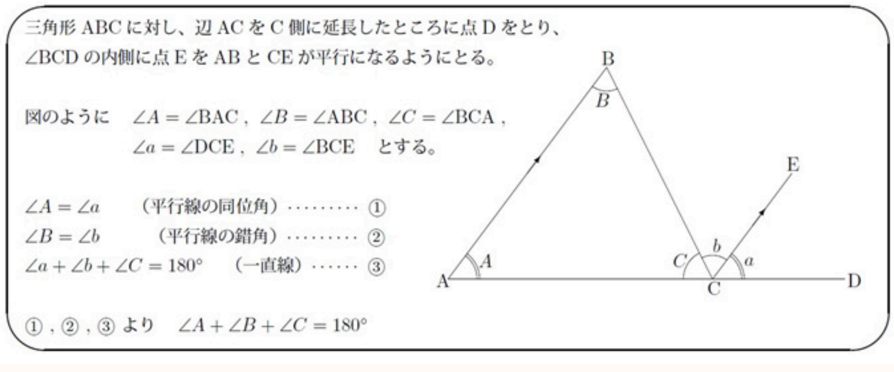
訂正と補足

訂正

① 「はじめに」　日本→２本
② 「2（1）文頭」“平面上の”を削除し、文中の一文を正確な表現へ改定（本文参照）。
③ 「2（2）」正確な表現に改定（本文参照）。
④ 「3証明」は「3証明と命題」と章題変更。
⑤ 「4　冒頭」補足書込み（本文参照）。
⑥ 「4（定理３）」の証明の間違い訂正、不足部分の追加
⑦ 「5（2）二等辺三角形について ③」で、正確な表現に改定（本文参照）。
⑧ 「5（2）二等辺三角形について ③」で、正確な表現に改定（本文参照）。
⑨ 「5（2）二等辺三角形について （二等辺三角形の合同条件）」で、間違い訂正（本文参照）。
⑩ 「5（3）正三角形の例題 」の問題文の式番号と解の表現を変更。
⑪ 「5（3）正三角形が合同 になる条件」を正確な表現に改定（本文参照）。
⑫ 「5（6）四角形」誤字（判例→反例）訂正、および、正確な表現への改定（本文参照）。
⑬ 「変更案の骨子」誤字の修正（本文参照）。

補足

① 1では、定義と定理の学習前なので、この点に関する議論は行なっていない。
② 1では、三角形の内角の和が１８０度になる証明をしていない。一通り、学習を終えた時にこの証明をやるのは、良い練習問題となる。下記に https://chukoikkan.com/column/ks191124　さんで紹介されている証明解を載せる。この証明の前提に、平行線の同位角は等しいという定理を使っていることに注意しよう。ここで、三角形の内角の和が１８０度であることを利用して、平行線の同位角と錯角が等しくなるという証明をしている問題があるが、これだとメビウスの輪のような循環論法となって正しい数学の証明にならないので注意しよう。


三角形 ABC に対し、辺 AC を C 側に延長したところに点 D をとり、
∠BCD の内側に点 E を AB と CE が平行になるようにとる。

図のように　$\angle A = \angle \mathrm{BAC}$，$\angle B = \angle \mathrm{ABC}$，$\angle C = \angle \mathrm{BCA}$，
$\angle a = \angle \mathrm{DCE}$，$\angle b = \angle \mathrm{BCE}$　とする。

$\angle A = \angle a$　（平行線の同位角）・・・・・・・・・①
$\angle B = \angle b$　（平行線の錯角）・・・・・・・・・②
$\angle a + \angle b + \angle C = 180°$　（一直線）・・・・・・③

①，②，③ より　$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

③ 平行線の同位角が等しい証明は、ユークリットの公理を使う。公理は中学では習わないし、なかなか難しいので、生徒たちには「“平行線ならば、同位角が等しくなる”という命題は、定理であるが、証明は難しいので省略します。」と、「定義と定理」でことわってあげると良いでしょう。下記に簡単にhttps://chukoikkan.com/column/ks191124 さんに示されている証明を記します。これは、我が子に話してもチンプンカンプンで涙目になってしまったので、教え手が理解すれば十分でしょう。

（証明）

“平行線ならば、同位角が等しくなる”を証明しなさい。

ユークリットの公理；『直線(ℓ）が二直線（mとn）と交わるとき、同じ側の内角（図中のx°, y°）の和が2直角（180°）より小さい場合、その二直線は内角の和が2直角より小さい側で交わる。』を使います。

直線mと直線n が平行ならば、両者は交わらないので、直線ℓ, m, nは三角形を作らない。よって、

$x° + y° < 180°$,

でもなく、

$x° + y° > 180°$,

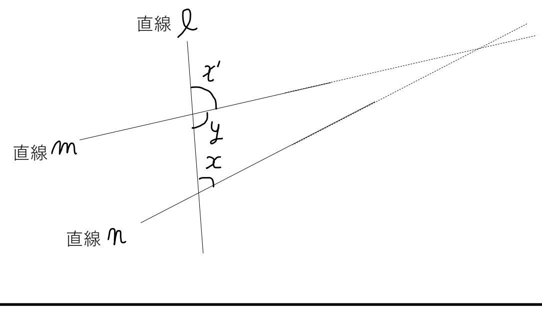
でもない。したがって、

$x° + y° = 180°$,

となるほかない。この式を変形してx'°を使って書き表すと、

$x° = 180° - y° = x'°$.

以上より、平行線ならば同位角が等しくなることが証明された。（終了）



④ 平行線の定義として、「同一の平面上にあり、両方向に限りなく延長しても、いずれの方向でも互いに交わらない直線」というのが、数学的に伝統的な定義です。ただし、「同位角が等しくなる直線を平行線とする。」という定義で、平行線を定義した場合は、前述の定義が定理になり証明すれば良いだけです。ただし、古代から使われた平行線の定義を変えるメリットは特にない。

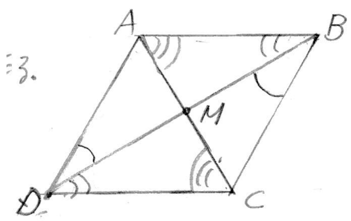
⑤ 三角形の合同条件の証明は、中学生では習いません。図形の合同の定義は2ー(1)図形の合同 の第一項目で記したものです。三角形の合同条件は定理であり、本当ならば証明が必要なものであることは、生徒に伝えましょう。

本質的には、「三角形は同時に同一直線上にない3点を頂点として三角形を描けば、その三角形は一義的に決定される。」という、自明の理を利用して、その3点を決定する方法として裏返したものが、三角形の合同条件になるのです。この辺りは、自分も丸暗記でスルーしてきた部分なので、現在の教育でもそうだと思います。あまり、細かい事を伝えても生徒は混乱するので、その場観察で、先生方や家族が上手に伝えてあげられると良いと思います。

⑥「5 -（2）二等辺三角形の例題」と「5 -（３）正三角形の例題」と「6 -（２）平行四辺形の例題」の問題文を、命題の形を復習しながら生徒に考えてもらうと、命題の形の理解が進むと思います。（本文参照）

⑦ 5 -（2）平行四辺形の（例題）の別解；本文中の方が初心者には分かりやすいとは思います。
(例題）直上の③を証明せよ。

平行四辺形ABCDを右図の様に作り、2本の対角線の交点をMとおく。
辺AB // 辺DC, 辺AD // 辺BCゆえ 錯角の関係にある角は等しくなるため、
∠ABD=∠CDB…(1), ∠ADB=∠CBD…(2), ∠MAB=∠MCD…(3)



△ABDと△CDBでは、辺DBは共通であり、(1)と(2)から一組の辺と両端の角度が等しくなることが示されるので、△ABD≡△CDBとなる。よって、この合同な三角形において対応する辺が等しくなるため、
辺AB=辺CD…(4), 辺BC=辺DA…(5)
となる（実はこれで定理①が証明された。）。

△MABと△MCDにおいて、(1), (3), (4)より、一組の辺とその両端の二組の角がそれぞれ等しくなったことが示された。したがって、対応する辺AMと辺CM、辺BMと辺DMも等しくなり、点Mは対角線ACとBDの中点となる。つまり、平行四辺形の二本の対角線はそれぞれの中点で交わることが示された。